ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ THỊ HOÀI ANH

BÀI TOÁN TỐI ƯU VECTƠ VỚI CÁC HÀM KHẢ VI FRÉCHET VÀ ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CẤP HAI

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Thái Nguyên – 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

LÊ THỊ HOÀI ANH

BÀI TOÁN TỐI ƯU VECTƠ VỚI CÁC HÀM KHẢ VI FRÉCHET VÀ ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CẤP HAI

Chuyên ngành: GIẢI TÍCH
Mã số: 60.46.01.02

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học
PGS.TS ĐỖ VĂN LƯU

Thái Nguyên – 2017

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực, không trùng lặp với các đề tài khác và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết luận văn

Lê Thị Hoài Anh

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành trong khóa 23 đào tạo Thạc sĩ của trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên, dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Đỗ Văn Lưu, Viện Toán học. Tôi xin bày tỏ lòng biết ơn chân thành tới thầy hướng dẫn, người đã tạo cho tôi một phương pháp nghiên cứu khoa học, tinh thần làm việc nghiêm túc và đã dành nhiều thời gian, công sức hướng dẫn tôi hoàn thành luận văn.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng cảm ơn sâu sắc tới các thầy cô giáo của Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên, Viện Toán học, những người đã tận tình giảng dạy, khích lệ, động viên tôi vượt qua những khó khăn trong học tập.

Tôi xin chân thành cảm ơn Ban lãnh đạo Khoa Sau đại học, Trường Đại học Sư phạm – Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi, giúp đỡ tôi trong suốt thời gian tôi học tập.

Cuối cùng, tôi xin cảm ơn gia đình, người thân và bạn bè đã động viên, ủng hộ tôi để tôi có thể hoàn thành tốt khóa học và luận văn của mình.

Thái Nguyên, tháng 4 năm 2017

Người viết luận văn

Lê Thị Hoài Anh

Mục lục

Mở đầu

1. Lý do chọn đề tài

Lý thuyết các điều kiện tối ưu là một bộ phận quan trọng của tối ưu hoá. Điều kiện tối ưu Karush–Kuhn–Tucker (KKT) là công cụ hữu hiệu để giải các bài toán tối ưu. B. Jiménez và V. Novo ([11], 2003) đã thiết lập các điều kiện tối ưu cấp hai cho bài toán tối ưu vectơ có ràng buộc tập với các hàm khả vi Fréchet hai lần và bài toán tối ưu với ràng buộc nón với điều kiện chính quy Abadie cấp hai. V.I. Ivanov ([10], 2015) đã nghiên cứu bài toán tối ưu vectơ với các hàm khả vi liên tục Fréchet và dẫn các điều kiện KKT với điều kiện chính quy Zangwill cấp hai. Đây là đề tài được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu. Chính vì thế tôi chọn đề tài: **"Bài toán tối ưu vectơ với các hàm khả vi Fréchet và điều kiện tối ưu cấp hai".**

2. Nội dung đề tài

Luận văn trình bày các điều kiện tối ưu cấp hai của Jiménez–Novo (2003) cho bài toán có ràng buộc tập và bài toán có ràng buộc nón với các hàm khả vi Fréchet hai lần, và các điều kiện tối ưu cấp hai của Ivanov (2015) cho bài toán tối ưu vectơ với các hàm khả vi liên tục Fréchet.

Luận văn bao gồm phần mở đầu, hai chương, kết luận và danh mục các tài liệu tham khảo.

Chương 1: "Điều kiện cần cấp hai cho bài toán tối ưu vectơ của Jiménez-Novo"

Trình bày các kết quả của Jiménez–Novo [11] về điều kiện cần tối ưu cấp hai cho cực tiểu yếu của bài toán tối ưu vectơ với ràng buộc tập trong không gian định chuẩn với hàm mục tiêu khả vi Fréchet hai lần. Điều kiện cần tối ưu cấp hai dạng đối ngẫu được trình bày cho bài toán với tập ràng buộc được xác định qua một hàm trong không gian hữu hạn chiều. Định lý luân phiên Motzkin suy rộng được trình bày làm công cụ để dẫn quy tắc nhân tử Lagrange.

Chương 2: "Điều kiện tối ưu cấp hai cho bài toán tối ưu vectơ của Ivanov"

Trình bày các kết quả của Ivanov [10] về điều kiện cần tối ưu cấp hai Karush–Kuhn–Tucker dạng nguyên thủy và dạng đối ngẫu cho bài toán tối ưu vectơ có ràng buộc bất đẳng thức với điều kiện chính quy kiểu Zangwill cấp hai.

Chương 1

Điều kiện cần cấp hai cho bài toán tối ưu vectơ của Jiménez–Novo

Trong chương này ta xét bài toán tối ưu vectơ:

$$\text{Min}\, f(x), \quad x \in S, \tag{I.1}$$

với $f : X \to Y$, X và Y là các không gian định chuẩn, S là một tập con tùy ý của X, và thứ tự trong Y được cho bởi nón lồi D nhọn $(D \cap -D = \{0\})$ và có phần trong khác rỗng.

Đặc biệt ta xét bài toán quy hoạch sau trong không gian hữu hạn chiều:

$$\text{Min}\, f(x), \quad x \in S := g^{-1}(Q), \tag{I.2}$$

với $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ và Q là một tập con không nhất thiết lồi của $\mathbb{R}^m$ với nón tiếp tuyến lồi. Hàm f và g là khả vi Fréchet hai lần tại điểm tối ưu.

Chương 1 trình bày các điều kiện cần tối ưu cho cực tiểu yếu của bài toán (I.1) với hàm mục tiêu khả vi Fréchet hai lần. Điều kiện cần dạng đối ngẫu được trình bày cho bài toán (I.2). Định lí luân phiên Motzkin suy rộng được trình bày để dẫn quy tắc nhân tử Lagrange.

Các kết quả được trình bày trong chương này là của B. Jiménez – V. Novo ([11], 2003).

1.1 Kiến thức chuẩn bị

Cho X là một không gian định chuẩn và S là tập con của X. Ta kí hiệu $B(x_0, \delta)$ là hình cầu mở tâm x_0 và bán kính δ, int S là phần trong của tập S, cl S là bao đóng của tập S, cone S là nón sinh bởi tập S và $\text{cone}_+ S = \{\alpha x : \alpha > 0, x \in S\}$.

Nhắc lại rằng điểm $x_0 \in S$ được gọi là cực tiểu địa phương (cực tiểu yếu địa phương) của bài toán (I.1). Kí hiệu $x_0 \in \text{LMin}(f, S)$ (tương ứng $x_0 \in \text{LWMin}(f, S)$ đối với điểm cực tiểu yếu địa phương), nếu tồn tại lân cận U của x_0 sao cho

$$(f(S \cap U) - f(x_0)) \cap (-D) = \{0\},$$

tương ứng, $(f(S \cap U) - f(x_0)) \cap (-\text{int } D) = \emptyset$ đối với điểm cực tiểu yếu địa phương.

Đặc biệt, khi $Y = \mathbb{R}$ và $D = \mathbb{R}_+$, chúng ta trở về khái niệm cực tiểu địa phương đã biết.

Sau đây là khái niệm về tập tiếp tuyến mà ta sẽ sử dụng trong luận văn:

Định nghĩa 1.1.1. Cho $S \subset X$ và $x_0, v \in X$.

(a) Nón tiếp tuyến của S tại điểm x_0 là

$$T(S, x_0) = \{u \in X : \exists t_n \to 0^+, \exists u_n \to u \text{ sao cho } x_0 + t_n u_n \in S \ \ \forall n \in \mathbb{N}\}.$$